



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

IBE  *entuzjaści
edukacji*

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Pracownia Matematyki

Wnioski z badań i dyskusji dotyczące nauczania matematyki – rekomendacje

Warszawa 2015

Autorzy:

Monika Czajkowska

Marzenna Grochowalska

Jerzy Janowicz

Marcin Karpiński

Bartosz Kondratek

Jacek Lech

Margaryta Orzechowska

Agnieszka Sułowska

Małgorzata Zambrowska

Michał Federowicz

Michał Sitek

© Copyright by: *Instytut Badań Edukacyjnych, Warszawa 2015*

Wydawca:

Instytut Badań Edukacyjnych

ul. Górczewska 8

01-180 Warszawa

tel. (22) 241 71 00; www.ibe.edu.pl

Publikacja opracowana w ramach projektu systemowego: *Badanie jakości i efektywności edukacji oraz instytucjonalizacja zaplecza badawczego*, współfinansowanego przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego, realizowanego przez Instytut Badań Edukacyjnych.

Egzemplarz bezpłatny

Spis treści

Spis treści	3
1. Wprowadzenie	4
2. Diagnoza	5
2.1. Nadmierne skupienie uwagi na podstawowych umiejętnościach	5
2.2. Braki w umiejętnościach merytorycznych i dydaktycznych	6
2.3. Ubogi zestaw metod nauczania	6
2.4. Problemy z komunikacją z uczniami	7
2.5. Nieumiejętność zorganizowania pracy zespołowej	7
2.6. Nieskuteczność dotychczasowych metod szkolenia nauczycieli	7
3. Główne wyzwania	8
3.1. Dążenie do równowagi między podstawowymi umiejętnościami a umiejętnościami rozumowania i rozwiązywania nietypowych problemów	8
3.2. Rozwój sposobów pracy nauczycieli	8
3.3. Formy i skala efektywnego doskonalenia pracy nauczycieli	8
4. Rekomendowane działania i ich cel	10
5. Przykładowe działania	11
6. Konkluzja	14
7. Źródła diagnozy	15

1. Wprowadzenie

W szkolnym nauczaniu matematyki dominuje rutyna, której skutkiem jest niewykorzystywanie zarówno pełnego potencjału rozwojowego dzieci i młodzieży, jak i możliwości systemu edukacji. Z jednej strony wiele wskazuje na to, że możliwości dzieci i młodzieży pozwalają na uzyskiwanie znacznie lepszych rezultatów. Z drugiej, generalnie wysokie wykształcenie polskich nauczycieli jest istotną przesłanką, by tego dokonać. Czas szkolnych zajęć można wykorzystać lepiej, potrzebne są jednak istotne zmiany w sposobie nauczania matematyki. Niniejsze rekomendacje przedstawiają, gdzie znajdują się bariery kształcenia kompetencji matematycznych uczniów, jakie wynikają z tego wyzwania i jakie przykładowe działania zaradcze można wprowadzić.

2. Diagnoza

2.1. Nadmierne skupienie uwagi na podstawowych umiejętnościach

W nauczaniu matematyki ważne jest, by kształtować zarówno podstawowe umiejętności narzędziowe, jak i umiejętności rozumowania oraz rozwiązywania nietypowych problemów. Tymczasem z szeroko przeprowadzonych obserwacji lekcji wiemy, że nauczanie matematyki w polskich szkołach niemal wyłącznie skupia się na podstawowych umiejętnościach narzędziowych, pomijając umiejętność rozumowania.

Dotyczy to wszystkich etapów edukacyjnych. Wielu nauczycieli jest przekonanych, że rozumowanie, argumentacja, wybieranie optymalnych strategii rozwiązania problemu matematycznego to umiejętności zarezerwowane wyłącznie dla zdolniejszych uczniów. Tymczasem można i należy je rozwijać powszechnie, począwszy od pierwszych klas szkoły podstawowej, wykorzystując naturalną intuicję dzieci.

Nadmierne skupienie uwagi na podstawowych umiejętnościach narzędziowych, zwłaszcza na pierwszym i drugim etapie edukacyjnym, zabija ciekawość i kreatywność dzieci i utrudnia, a często uniemożliwia, pogłębianie umiejętności rozumowania matematycznego na kolejnych etapach.

2.2. Braki w umiejętnościach merytorycznych i dydaktycznych

Nauczycielom edukacji wczesnoszkolnej brakuje merytorycznej wiedzy matematycznej, czasem w stopniu wysoce niepokojącym. Z badań wynika, że może to stanowić barierę w rozwijaniu umiejętności matematycznych uczniów. Nauczyciel, który niepewnie czuje się w omawianych z uczniami zagadnieniach, ogranicza się do przekazywania typowych schematów. Tymczasem dzieci bardzo często rozwiązują zagadnienia matematyczne w sposób nietypowy, np. przedstawiając swoje rozumowanie za pomocą rysunku czy posługując się własnymi skojarzeniami, pozornie oderwanymi od zadania. Obawa nauczyciela o poprawność nietypowej drogi dochodzenia do rozwiązania często prowadzi do jej nieuznania. Jest to jeden z mechanizmów zabijania w dziecku poczucia własnego sukcesu. Zamiast dostrzec w rozumowaniu dziecka jego własną myśl, niepewny swoich możliwości nauczyciel sprowadza dziecko w utarte koleiny typowych schematów. Zamiast wzmocnić i rozwinąć naturalny sposób myślenia, działając w dobrej wierze, ale nie do końca kompetentnie, wywołuje niechęć i lęk.

Sprawia to, że już od początku edukacji szkolnej uczniowie zaczynają traktować matematykę odmiennie od innych obszarów edukacji.

Nauczyciele matematyki uczący na kolejnych etapach edukacyjnych mają dobre przygotowanie merytoryczne, ale widać niedostatki praktycznych umiejętności dydaktycznych, takich jak komunikowanie się z uczniami, organizowanie pracy w małych grupach, tworzenie sytuacji pozytywnie motywujących ucznia (p. 3, 4, 5).

Towarzyszy temu fasadowość postaw nauczycielskich. W przeprowadzonych badaniach nauczyciele deklarowali w wywiadach, że wiedzą, iż podstawa programowa kładzie nacisk na rozumowanie, argumentację i tworzenie strategii rozwiązania zadania. Tymczasem na obserwowanych lekcjach niemal nie widać było śladu świadomego kształtowania tych umiejętności.

Nauczyciele deklarowali, że akceptują inne rozwiązania danego zadania niż sami przedstawili uczniom. Z obserwowanych lekcji wynika jednak, że jest to najczęściej tylko deklaracja. Zdarzało się, iż mówili uczniom, że istnieją inne rozwiązania, jednak rzadko je z uczniami omawiali. Wytwarza to w uczniach przekonanie, że zadanie matematyczne można rozwiązać tylko jednym sposobem, że jest jeden słuszny sposób rozumowania, co w konsekwencji uczy bardziej stosowania algorytmów niż rozumowania matematycznego.

Większość badanych nauczycieli zadawała uczniom prace domowe, ale często jest to pusty rytuał. Tylko w nielicznych szkołach praca domowa stanowi przyczynek do rozmowy z uczniami na temat napotkanych trudności przy rozwiązywaniu zadanych zadań. W połowie szkół uczestniczących w badaniu nauczyciel jedynie zadawał pytanie, czy uczniowie odrobili pracę domową, a w jednej trzeciej szkół nawet o to nie pytał.

2.3. Ubogi zestaw metod nauczania

Z obserwacji pracy badanych nauczycieli wynika, że prowadzą lekcje w wyjątkowo jednorodny sposób. Jedna lekcja matematyki od drugiej niemal się nie różni nie tylko u tego samego nauczyciela, ale także u różnych nauczycieli. Zwykle lekcje oparte są na schemacie: nauczyciel lub uczeń rozwiązuje zadanie na tablicy, a reszta uczniów obserwuje.

2.4. Problemy z komunikacją z uczniami

Znaczna większość nauczycieli nie potrafi odbierać komunikatów od uczniów. Nie potrafią lub nie chcą zadawać otwartych pytań, nie potrafią reagować na odpowiedzi udzielane przez uczniów, nie starają się podążać za tokiem rozumowania ucznia – wolą narzucać swój, nie starają się zrozumieć nietypowo zapisanych rozwiązań uczniowskich.

Taka postawa nauczycieli powoduje, że uczniowie przestają zadawać pytania i mniej twórczo rozwiązują problemy matematyczne. To z kolei osłabia chęć nauczycieli do wciągania uczniów w dyskusje o matematyce.

Brak nastawienia na śledzenie rozumowania ucznia łączy się z przykładaniem nadmiernej wagi do sposobu zapisu rozwiązania zadania: dążenie do nadmiernej formalizacji zapisu, domaganie się odpowiedzi w sytuacjach niekoniecznych. Zamiast rozumowania, dominuje kontrola formalnej poprawności rozwiązania.

2.5. Nieumiejętność zorganizowania pracy zespołowej

Nauczyciele deklarują, że często prowadzą zajęcia w grupach i że umiejętność pracy zespołowej jest niezwykle ważna. Z badań wynika jednak, że nie potrafią takiej pracy zorganizować. Często nie rozumieją, na czym ona polega, i nie wiedzą, jak wykorzystać dynamikę pracy grupowej (sądzą, że wystarczy podzielić klasę na grupy, a dalej już uczyć jak zwykle).

2.6. Nieskuteczność dotychczasowych metod szkolenia nauczycieli

Nauczyciele deklarują, że bardzo potrzebują szkoleń. Mówią, że chętnie uczestniczą w szkoleniach i odbyli ich już bardzo dużo, także w zakresie wyżej opisanych problemów (metody nauczania, komunikacja z uczniem, praca w grupach). Szkolenia jednak nie spełniły ich oczekiwań i poza wiedzą teoretyczną niewiele z nich wynieśli. Badania potwierdzają, że odbyte szkolenia nie przekładają się na umiejętności nauczycieli, które mogliby oni wykorzystać w praktyce. Skutkiem tych szkoleń jest wzmocnienie fasadowej postawy nauczycieli – nawet jeśli wiedzą, jak powinno się nauczać matematyki, nie wiedzą, jak wprowadzić tę wiedzę do codziennej pracy z uczniami.

3. Główne wyzwania

3.1. Dążenie do równowagi między podstawowymi umiejętnościami a umiejętnościami rozumowania i rozwiązywania nietypowych problemów

W nauczaniu matematyki należy podnieść znaczenie rozumowania, argumentacji, tworzenia strategii rozwiązania problemów matematycznych i innych wymagań ogólnych sformułowanych w podstawie programowej. Dotyczy to wszystkich etapów edukacyjnych. Uczenie podstawowych umiejętności narzędziowych powinno być nadal obecne w polskiej szkole, jednak samo w sobie nie może stanowić celu oderwanego od wzmacniania samodzielności rozumowania ucznia i budowania jego zaufania do własnych możliwości w rozwiązywaniu nowych dla niego problemów.

Wyzwaniem jest przezwyciężenie bardzo trwałych przyzwyczajeń, zarówno uczniów, jak i ich rodziców, a także większości samych nauczycieli, do redukcji szkolnej matematyki do zagadnień, nad którymi się nie dyskutuje, które są podane do wiadomości i nauczania, których przeciętny śmiertelnik nie zgłębia i nie docieka. Przełamanie tych przyzwyczajeń ważne jest szczególnie w pracy z najmłodszymi uczniami, ale dotyczy wszystkich etapów edukacyjnych.

3.2. Rozwój sposobów pracy nauczycieli

Włączenie rozumowania matematycznego do codziennej pracy z uczniami wymaga istotnego poszerzenia kompetencji nauczycieli. Statyczność i pewna monotonia większości lekcji matematyki na wszystkich etapach edukacyjnych pokazują, jak wielu kompetencji praktycznych potrzeba nauczycielom, by powiązać ćwiczenie podstawowych umiejętności narzędziowych z samodzielnym rozumowaniem uczniów i wyrobieniem w nich śmiałości podejmowania nietypowych problemów.

Wyzwaniem jest uznanie faktu niedoboru kompetencyjnego wielu nauczycieli zarówno nauczania początkowego jak i matematyki, pomimo ich wysokich kwalifikacji formalnych. Także uznanie jego przyczyn, leżących zarówno w programach studiów, jak i przyzwyczajeniach szkolnych, a przede wszystkim ich przezwyciężenie. Wyzwaniem jest nie tylko efektywny rozwój kompetencji, lecz także towarzyszące mu zmiany mentalnościowe wśród nauczycieli, rodziców, a w konsekwencji także uczniów.

3.3. Formy i skala efektywnego doskonalenia pracy nauczycieli

Mała efektywność szkoleń stanowi zasadniczą barierę w uzupełnieniu i pogłębieniu kompetencji nauczycieli. Szkolenia nie dają nauczycielom nowego rodzaju doświadczeń w pracy z uczniami, które by przybliżyły ich do osiągnięcia najważniejszych celów edukacji matematycznej.

Nauczyciele czują się bezpieczniej w przekazywaniu umiejętności narzędziowych, niż w rozwijaniu rozumowania matematycznego uczniów. Nie znaczy to, że nie widzą źródła satysfakcji w bardziej twórczej pracy z uczniami. Mają jednak obawę, że wychodząc poza utarte schematy mogą niechcący zepsuć coś, co dotychczas wychodziło dobrze, niekoniecznie osiągając bardziej ambitne cele. Pracują

też często z niezbyt chętnymi uczniami, którzy już wcześniej zostali przyuczeni do biernej postawy na lekcjach matematyki.

Wyzwaniem są takie działania, które stwarzają okazje do **nabywania nowych doświadczeń**, zarówno przez nauczycieli, jak i uczniów, i pozwalają na odkrycie przez obie strony atrakcyjności bardziej **aktywnych sposobów prowadzenia zajęć**. Wsparcie pracy nauczycieli musi więc przede wszystkim dostarczać takich nowych doświadczeń. Formy szkolenia, które tego nie zawierają, nie dotyczą sedna problemu i dlatego są nieskuteczne. Istnieje sprzeczność pomiędzy masowością szkoleń a ich skutecznością.

Wyzwaniem jest przerwanie błędnego koła zniechęcenia uczniów i obaw nauczycieli, przy jednoczesnej presji części rodziców i nadzoru na powierzchowne wyniki.

4. Rekomendowane działania i ich cel

Odpowiedź na sformułowane wyżej wyzwania wymaga pewnego rodzaju zmiany społecznej, która dotyczy: szkolnej klasy, szkoły, relacji nauczyciele–rodzice, organów nadzorujących i innych podmiotów pod różnymi względami oceniających szkołę, w tym także opinii publicznej. Potrzebne jest przejście od szkoleń do wdrażania zmiany społecznej w sprzężeniu z realną pracą nauczycieli.

Osiągnięcie głównych celów nauczania matematyki – rozumowania, argumentacji, tworzenia strategii rozwiązania problemu, twórczego podejścia do nietypowych problemów – wymaga aktywnego uczestnictwa uczniów w czasie szkolnych zajęć. W porównaniu z dotychczas obserwowanymi lekcjami matematyki w szkolnej klasie musi więc dokonać się istotna zmiana nastawienia, oczekiwań i postaw zarówno uczniów, jak i ich rodziców, a przede wszystkim samych nauczycieli.

Polscy nauczyciele mają w zdecydowanej większości wysokie kwalifikacje formalne i dużą wiedzę teoretyczną. Potrzebują natomiast praktycznych umiejętności przekucia tej wiedzy na codzienne działania.

Potrzebna jest umiejętność łączenia kompetencji z zakresu dydaktyki matematyki z kompetencjami wychowawczymi, promowaniem wartości wychowawczych i kształtowaniem postaw, umiejętność zarządzania klasą i wykorzystywania dynamiki danej grupy uczniów dla celów edukacyjnych.

Nauczyciele potrzebują pewnego rodzaju wiedzy praktycznej, którą można określić jako **metodologia wdrażania** stopniowej zmiany społecznej. Zmiana musi być rozłożona w czasie i wiązać się z bardzo precyzyjnie określonymi celami dydaktycznymi i wychowawczymi, dostosowanymi do danej sytuacji i weryfikowanymi w trakcie wdrażania. Jej efekty zależą od tego, na ile sami nauczyciele staną się współautorami takiej metodologii, twórczo dostosowując ją do potrzeb swojej klasy i szkoły. Podmiotowe nastawienie samych nauczycieli do wprowadzania zmiany jest głównym czynnikiem trwałości jej rezultatów.

Nauczyciele potrzebują takiego wsparcia, które dostarcza im nowego rodzaju doświadczeń dydaktycznych i wychowawczych, pokazuje i aktywnie włącza w realne działania aktywizujące uczniów, daje możliwość analizy i wyciągania wniosków z własnej pracy, opiera się na zaprojektowanym odpowiednio do celów materiale edukacyjnym. Czas poświęcony na wsparcie rozwoju kompetencji nauczycieli powinien być przeznaczony głównie na działania praktyczne i ich dyskusowanie.

5. Przykładowe działania

Podane poniżej przykładowe działania nie wyczerpują możliwych form rozwijania kompetencji nauczycieli. Nie chodzi o to, by tworzyć ich zamknięty katalog, a raczej by wyciągać wnioski z dotychczasowych doświadczeń i na ich podstawie formułować pewne zasady, których przestrzeganie zwiększa efekty kolejnych działań.

1. „**Bąble matematyczne IBE**” to sprawdzona w działaniu forma długofalowej pracy z grupą nauczycieli, którzy przez pierwszy rok szkolny otrzymują kompleksowe szkolenia praktyczne z zakresu dydaktyki matematyki i psychologii, stosują je we własnej pracy i omawiają wspólnie rezultaty zastosowań, z udziałem zewnętrznych mentorów. Następnie w kolejnym roku szkolnym uczestnicy „bąbla” sami stają się mentorami dla innych nauczycieli, rozszerzając także liczbę szkół włączonych do procesu zmiany. W tym czasie nadal mają wsparcie zewnętrzne, choć już znacznie mniej intensywne. W ten sposób następuje „pączkowanie bąbli”. Cykl pracy z „pączkującym bąblem” należy przewidywać na 3-4 lata, jednocześnie monitorując jego rezultaty i tempo rozrastania się, by utrzymać autentyczną aktywizację nauczycieli i uczniów podczas ich planowych zajęć. Z doświadczenia wiadomo, że każdy „bąbel” może mieć inną dynamikę i napotykać na inne trudności, których bieżące rozwiązywanie jest nieodzowne dla osiągnięcia zakładanych rezultatów. W szczególności może okazać się, że po jednym roku pracy z daną grupą nauczycieli tylko część z nich może pełnić rolę mentorów, część dopiero po dwóch latach, a część wcale. Także początkowy zestaw warsztatów należy dobrać do potrzeb kompetencyjnych konkretnej grupy nauczycieli. Nauczyciele ci mogą być z różnych szkół, najlepiej jednak, jeśli są co najmniej dwie osoby z jednej szkoły. Istotnym warunkiem powodzenia „bąbla” jest wsparcie udzielone mu przez dyrekcje szkół i władze samorządowe.

2. Innym sprawdzonym działaniem są **diagnozy kompetencji matematycznych** na podstawie starannie zaprojektowanych i wykalibrowanych narzędzi. Stanowią one instrument wzmacniający ukierunkowanie pracy szkoły na najważniejsze umiejętności matematyczne. Diagnozy kompetencji mogą być łatwo dostępne dla każdej szkoły. Istotą tego rodzaju wsparcia jest dostarczenie szkołom możliwości precyzyjnego określenia mocnych i słabych stron uczniów, co z kolei pomaga ukierunkować dalszą pracę z nimi. Matematyka jest taką dziedziną, w której postępy daje się dość dokładnie określić za pomocą baterii odpowiednich zadań. Nie mogą to jednak być zadania rutynowe, lecz przemyślane pod kątem głównego celu zmiany nauczania matematyki, czyli wzmocnienia znaczenia rozumowania matematycznego i radzenia sobie z nietypowymi problemami. Część nauczycieli potrafi wykorzystać zadania z takiej diagnozy także jako materiał do pracy aktywizującej uczniów. Przykładem mogą być diagnozy kompetencji gimnazjalistów przeprowadzone w latach 2011 i 2012 przez IBE we współpracy z CKE i OKE. Działanie oparte na diagnozie kompetencji jest komplementarne do lokalnie uruchamianych bąbli matematycznych – jak miało to miejsce w przypadku badania kompetencji trzecioklasistów – ponadto dostarcza możliwości sprawdzania postępów w pączkowaniu bąbli.

3. Diagnozy kompetencji matematycznych mogą być zaprojektowane w taki sposób, by wspierać szkoły w rozwiązywaniu problemów nie tylko jednego etapu edukacyjnego, lecz także **problemu tzw. „progu przejścia”** pomiędzy etapami. Jest to szczególnie ważne w szkole podstawowej w przechodzeniu z trzeciej do czwartej klasy, gdyż nauczyciele pierwszego i drugiego etapu są kształceni na wydziałach o znacząco odmiennych tradycjach. Znacząco różne są też profile kompetencyjne nauczycieli tych etapów. Systematyczne dostarczanie szkole narzędzi służących roboczym kontaktom nauczycieli klas 1-3 i nauczycieli matematyki w klasach 4-6 oraz wspólne analizowanie potrzeb i osiągnięć konkretnych uczniów stwarza szansę na wzajemne uzupełnianie się różnymi umiejętnościami obu tych grup nauczycieli. Dialog taki nie jest łatwy, gdyż nie ma długiej tradycji w polskiej szkole, jednak jest to właściwa droga do rozwiązania problemu progu między trzecią i czwartą klasą. Wokół precyzyjnych diagnoz kompetencji trzecio- i piątoklasistów należy lokalnie budować działania wsparcia

dla konkretnych szkół mające na celu wzmocnienie współpracy obu grup nauczycieli. Jednocześnie systematyczne dostarczanie narzędzi dydaktycznych i diagnostycznych pozwala samym szkołom na monitorowanie efektów prowadzonych działań.

4. **Nietypowe zajęcia** odbywane w ramach regularnej siatki godzin to kolejne działanie dotyczące wychodzenia z rutyny szkolnej na rzecz aktywizacji uczniów. Na przykładzie podjętych już działań z uczniami klas początkowych wiadomo, że odpowiednio dobrane gry planszowe, także szachy, inne gry grupowe czy zajęcia z rytmiki, mogą stanowić dużą atrakcję dla dzieci, efektywnie łącząc cele dydaktyczne i wychowawcze z zabawą. Ważne jest, by odbywały się one w ramach zajęć przewidzianych dla każdego, nie zaś, jak często się zdarza, w ramach dodatkowego kółka zainteresowań, by tego rodzaju organizacja lekcji szkolnych raczej stała się czymś codziennym niż wyjątkowym i dodatkowym. Ważne jest także, by nauczyciele, stosując w swojej pracy tego rodzaju zajęcia, umieli powiązać je z założonymi celami edukacyjnymi i byli gotowi na wyjaśnienie rodzicom, że takimi sposobami skutecznie realizują to, co należy do zadań szkoły. W początkowych latach tego typu działania w szkole na ogół wymagają dodatkowego wsparcia zewnętrznego, potem jednak mogą stać się trwałym elementem pracy szkoły w ramach podstawowej siatki godzin.

5. Ważnym rozwiązaniem jest **kompleksowe wsparcie szkoły**, diagnozujące jej mocne i słabe strony oraz dostosowujące ofertę do jej potrzeb rozwojowych. Dzięki pilotażowi przeprowadzonemu przez ORE można będzie stopniowo zastąpić ogólne szkolenia dla nauczycieli usystematyzowanym i długofalowym wsparciem konkretnej placówki i jej kadry. W odniesieniu do matematyki i przedstawionej wyżej potrzeby zmiany sposobu jej nauczania ważne jest, by w ramach wsparcia adresowanego do szkoły operować na treściach i narzędziach matematycznych, które pozwolą osiągnąć najważniejsze cele zmiany. Możliwe jest sprzężenie tych działań z innymi działaniami aktywizującymi uczniów, a także korzystanie z narzędzi oraz doświadczeń ich zastosowania, wypracowanych w innych opisywanych tu działaniach. Wartością dodaną kompleksowego wspomaganie szkół może stać się przepływ informacji i doświadczeń pomiędzy różnymi organizatorami wsparcia dla nauczycieli.

6. Niektóre politechniki mają już wieloletnie doświadczenia w **prowadzeniu kursów przygotowawczych** z matematyki lub kursów uzupełniających w ramach pierwszego roku studiów. Jest to istotna przesłanka do podjęcia wspólnych działań na rzecz lepszego powiązania efektów pracy szkoły z oczekiwaniami szkół wyższych w zakresie matematyki. Panuje stereotypowe przekonanie, że wymaga to głównie dostosowania założeń programowych, tymczasem o wiele większe rezerwy tkwią nie tyle w programach, co w sposobie uczenia matematyki. Ważnym działaniem jest wzmocnienie współpracy między uczelniami mającymi już takie doświadczenia a środowiskami oświatowymi. W szczególności współpraca politechnik z zespołami szkół zawodowych może zaowocować nowymi rozwiązaniami systemowymi podnoszenia jakości nauczania. Analizą i wsparciem trzeba objąć nie tylko nauczanie matematyki, lecz także przedmiotów zawodowych stosujących matematykę.

Dotychczas przedstawione przykładowe działania częściowo zaczęły już funkcjonować. Warto dopracować spójność pomiędzy nimi i warunki kontynuacji. Kolejne przykłady działań wymagają programów pilotażowych, lecz wskazują na istniejące w systemie edukacji rezerwy, których jeszcze nie uwolniono.

7. **Szkoły letnie dla nauczycieli** to działanie, które niesie ze sobą duży potencjał. Szkoły letnie mogą organizować zarówno uczelnie, jak i ośrodki doskonalenia nauczycieli, albo też oba te rodzaje instytucji wspólnie. Ważna jest spójność merytoryczna takich działań. Doświadczenie prowadzenia szkół letnich pokazuje, że możliwość intensywnej pracy z grupą uczestników zajęć, w oderwaniu od codziennych obowiązków zawodowych i osobistych, wyzwala wiele pozytywnych interakcji i znacznie przyspiesza osiąganie dobrych rezultatów. Możliwe jest także organizowanie szkół letnich, w których będą brali udział także uczniowie, a zajęcia obejmą zarówno pracę osobno z nauczycielami i z uczniami, jak i wspólną. Efektem szkół letnich może być nie tylko wzmocnienie kompetencji nauczycieli, lecz także wybranie spośród nich mentorów angażowanych w dalszej pracy ze szkołami podczas roku szkolnego. Uruchomienie szkół letnich dla nauczycieli musi być tak zaprojektowane, by stopnio-

wo przełamywać stereotyp wakacji jako czasu całkowicie wolnego, na rzecz niestandardowych, a jednocześnie efektywnych form rozwoju kompetencji.

8. „**Wędrujący mistrzowie**” to osoby z dużym doświadczeniem nauczycielskim, które potrafią też przekazać swoje doświadczenie w praktycznych formach współpracy z innymi nauczycielami w trakcie roku szkolnego. Wędrujących mistrzów mogą także generować i wzmacniać letnie szkoły dla nauczycieli. Systemowych rozwiązań wymaga sposób łączenia własnej pracy nauczycielskiej z przekazywaniem doświadczeń w innych szkołach. W szczególności można rozważyć powiązanie prestiżowego tytułu profesora oświaty z przywilejem zmniejszenia pensum i możliwością lepiej płatnej pracy na rzecz innych szkół. Można także wykorzystać fakt zróżnicowanych terminów ferii zimowych w różnych regionach kraju. Wyróżnieni nauczyciele i dyrektorzy szkół mogliby prowadzić warsztaty mistrzowskie w innych szkołach, w czasie gdy w ich macierzystych szkołach nie ma zajęć z uczniami. Idea wędrujących mistrzów znana jest np. w Chinach, gdzie doświadczony emerytowany nauczyciel jest kierowany do szkoły z pewnymi trudnościami, by przeanalizować jej sytuację i wesprzeć jej nauczycieli. Jednak głównym walorem tej idei jest taki kontakt czynnych nauczycieli z mniej doświadczonymi kolegami, który nie ogranicza się do incydentalnych szkoleń, lecz daje możliwość wniknięcia w naturę realnych problemów i wspólne znalezienie sposobu nich rozwiązania.

9. **Szkoły ćwiczeń** to działanie, które ma w Polsce tradycję sięgającą okresu międzywojennego, jednak instytucjonalna ciągłość tej formy kształcenia została przerwana i uległa rozproszeniu. Obecnie wymaga ponownego opracowania pod kątem współczesnych potrzeb edukacyjnych. Szkoły ćwiczeń to forma organizacyjna, która opiera się na ścisłej współpracy uczelni i systemu oświaty. Współczesne szkoły ćwiczeń mają trzy zadania: pierwsze, tradycyjne i nadal ważne to praktyczne kształcenie studentów kierunków nauczycielskich, drugie to systematyczne sprawdzanie skuteczności różnych metod pracy z uczniami, trzecie to współdziałanie z systemem wsparcia nauczycieli, w tym generowanie spójnych treści przekazywanych w trybie wspomaganiania szkół. We wszystkich trzech zadaniach szkoły ćwiczeń wzmacniają potencjał systemu oświaty, wiążąc z nim część potencjału uczelni. Przywrócenie adekwatnej dla systemu liczby szkół ćwiczeń wymaga programu pilotażowego, a następnie stopniowego wdrażania. Szkoły wybrane do programu szkół ćwiczeń powinny być szkołami typowymi, o zróżnicowanym składzie społecznym uczniów, mogą to być także szkoły zawodowe.

10. Sprawą wymagającą podjęcia dyskusji i długofalowych działań, pośrednio, ale trwale rzutującą na jakość pracy szkoły, jest **organizacja studiów** dających uprawnienia nauczycielskie. Po doświadczeniach płynących z korekty rozporządzenia o standardach kształcenia nauczycieli, które nie wywołały adekwatnych zmian, można rekomendować głębsze przemyślenie trybu kształcenia nauczycieli, a także uzyskiwania dodatkowych uprawnień nauczycielskich. W odniesieniu do kształcenia nauczycieli matematyki do rozważenia jest system dwustopniowy. Pierwszy stopień polegałby na zrobieniu licencjatu z matematyki. Dopiero po licencjacie student podejmowałby decyzję o wyborze kierunku nauczycielskiego. Dwuletnie studia magisterskie byłyby w całości przeznaczone na przedmioty związane z dydaktyką matematyki i przedmiotami społecznymi potrzebnymi w zawodzie nauczyciela. Znaczna część zajęć nauczycielskich odbywałaby się w ścisłym powiązaniu ze szkołą ćwiczeń i polegała na zajęciach praktycznych z uczniami, analizowanymi później w grupie ćwiczeniowej. Zarówno szkoły ćwiczeń, jak i możliwość kształcenia nauczycieli, powinny być licencjonowane przez Ministra Edukacji Narodowej w powiązaniu z realnymi potrzebami systemu edukacji. Taki tryb przygotowania do zawodu stwarzałby przesłanki do elitarności zawodu nauczyciela i podniesienia jego prestiżu.

6. Konkluzja

Jak wspomniano, lista proponowanych działań nie jest zamknięta. Jednak niezależnie od tego, o jakie działanie chodzi, podejmując wyzwanie zmiany nauczania matematyki, w tym także uzupełnienia i pogłębienia kompetencji nauczycieli, trzeba pamiętać o istniejących barierach efektywnej interwencji publicznej.

Główne bariery wdrażania w szkołach aktywnego uczenia się matematyki można zawrzeć w trzech słowach: **ludzie**, **sposoby**, **zawartość**, a w konsekwencji także **problem skali** skutecznych działań. Rozszerzanie skali działań powyżej sprawdzonych możliwości kadrowych jest kontrproduktywne. Lepsze wyniki daje stopniowe rozszerzanie zakresu oddziaływania w miarę pozyskiwania nowych ludzi, którzy sprawdzają się w działaniu i gwarantują jakość rezultatów. Ważnym źródłem takich ludzi są same szkoły, trzeba ich tylko znaleźć i dowartościować. Trzeba też zadbać o stabilność kadr zaangażowanych w proces zmiany.

Sposoby i formy organizacyjne oddziaływania mogą być różne i powinny ewoluować w miarę gromadzenia doświadczeń. Nieodzownym ich elementem musi być jednak sprawdzanie efektów, jakie przynoszą – działanie ma uzasadnienie, gdy umiemy pokazać, że przynosi ono pożądaną zmianę w szkole. Decydująca jest faza wdrożenia. Każde działanie, nawet najlepiej pomyślane, wymaga monitorowania i korygowania w trakcie realizacji. A jakiś czas po jego zakończeniu trzeba dokonać całościowej oceny rezultatów i sformułować wnioski do dalszych działań.

Kluczowe znaczenie dla skuteczności potrzebnych zmian ma zawartość przekazu kierowanego do nauczycieli, czyli **wsad merytoryczny** wszelkiego rodzaju zajęć szkoleniowych czy warsztatowych. Wsad merytoryczny, przemyślany pod kątem osiągnięcia głównych celów nauczania matematyki, musi zapewniać spójność działań i wspólne rozumienie szczegółowych celów. Przypadkowy wsad merytoryczny szkoleń nie daje możliwości ich skoordynowania i powoduje chaotyczne kierunki interwencji.

Wdrożenie zmiany nauczania matematyki w celu pełniejszego rozwijania rozumowania matematycznego wymaga stopniowego powiększania grona ludzi, którzy podzielają ten cel i potrafią wspólnie wypracować narzędzia, którymi daje się go osiągnąć.

7. Źródła diagnozy

Wnioski sformułowane zostały na podstawie następujących badań prowadzonych w IBE:

- „Diagnoza kompetencji gimnazjalistów” – badanie przeprowadzone w latach 2011 i 2012.
- „Szkoła samodzielnego myślenia” – przeprowadzone w 2012
- „Badanie nauczania matematyki w gimnazjum” – przeprowadzone w 2012
- „Badanie nauczania matematyki w szkole podstawowej” – przeprowadzone w 2014
- „Badanie potrzeb nauczycieli edukacji wczesnoszkolnej i matematyki w zakresie rozwoju zawodowego” – przeprowadzone w 2014
- PISA 2012.